Castilla-La Mancha

CALIFICACIÓN: _______________

Consejería de Educación, Ciencia y Cultura

PRUEBAS DE ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR DE FORMACIÓN PROFESIONAL

Junio 2010

Resolución de 22 de marzo de 2010 (DOCM de 25 de marzo)

Apellidos____________________________________Nombre_____________

DNI / NIE ________________

Centro de examen____

PARTE COMÚN

MATERIA: FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS

Instrucciones Generales

- Duración del ejercicio: 2 horas
- Mantenga su DNI en lugar visible durante la realización de la prueba.
- Realice el ejercicio en las hojas de respuestas entregadas al final de este documento y entregue este cuadernillo completo al finalizar la prueba.
- Lea detenidamente los textos, cuestiones o enunciados.
- Cuide la presentación y, una vez terminada la prueba, revísela antes de entregarla.
- Se puede utilizar cualquier tipo de calculadora científica no programable.
- Se pueden utilizar instrumentos de dibujo para las representaciones si lo considera oportuno.

Criterios de calificación

- El aspirante debe realizar cuatro ejercicios, **eligiendo 2 ejercicios de cada opción.**
- Si un aspirante realiza más de 2 ejercicios de la misma opción, sólo se calificarán los dos primeros realizados.
- Esta prueba se calificará numéricamente entre 0 y 10, en función de los siguientes criterios:
- Todos los ejercicios tienen una puntuación de 2´5 puntos.
- Se valorará el orden, la limpieza y la claridad en la presentación.
- Se valorará el orden y el rigor en el planteamiento y el uso correcto del lenguaje matemático.
- Se valorará la discusión de las soluciones si fuera preciso.
- Se valorarán negativamente los errores conceptuales.
- La nota de la parte común será la media aritmética de las calificaciones obtenidas en cada una de las materias de las que const. <u>Esta nota media de la parte común deberá ser igual o superior a cuatro puntos para que haga media con la parte específica.</u>

Consejería de Educación, Ciencia y Cultura

Apellidos_______________________________________Nombre______________

DNI / NIE __________________

EJERCICIOS

Opción A (elegir 2 ejercicios)

Ejercicio 1

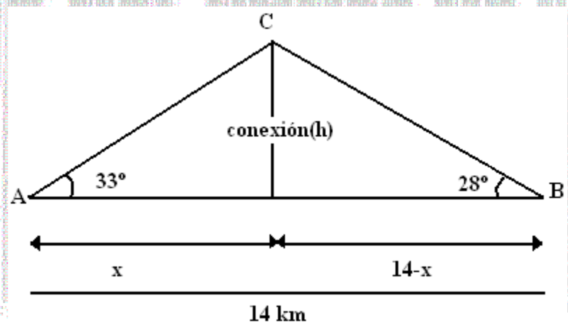
Un grupo de alumnos ha comprado todos los ingredientes para hacer unas migas con un coste total de 60 €. En el momento de empezar a hacerlas, aparecen 4 alumnos más, y esto hace que cada uno de los anteriores pague 50 céntimos menos. Hallar el número de alumnos que participó en las migas y lo que pagó cada uno.

Ejercicio 2

Dos poblaciones (A y B) distan entre sí 14 km. Queremos calcular la longitud mínima de zanja necesaria para llevar agua desde un punto (C) hasta el camino que une a ambas ciudades.

Contamos con los siguientes datos: el ángulo formado AB y AC mide 33º y el ángulo formado por CB y BA mide 28º.

a) ¿Cuál es la longitud? (Aproximar a las milésimas)
b) ¿Qué distancia separa cada ciudad del punto de conexión? (Aproximar a las milésimas)



Ejercicio 3

Un jugador profesional utiliza un dado trucado. La probabilidad de cada una de las seis caras es:

1	2	3	4	5	6
0´1	0´1	0´1	a	b	0´4

Sabiendo que P(4) = 2P(5), se pide:

a) Calcular el valor de a y b.
b) ¿Qué cara debe pedir el jugador para ganar las partidas?

Castilla-La Mancha

Consejería de Educación, Ciencia y Cultura

Apellidos_______________________________________Nombre______________

DNI / NIE __________________

Ejercicio 4

Un taller de lavado de coches ofrece dos modalidades de pago:

A: 12 € por hacerse socio y 6´5 por cada lavado.
B: 8 € por cada lavado sin hacerse socio.

1. Escribe las funciones que expresan cada modalidad.
2. Representa dichas funciones.
3. Calcula el número de lavados que igualan las dos modalidades.

<u>Opción B (elegir 2 ejercicios)</u>

Ejercicio 5

En un armario hay 100 libros, entre los de matemáticas, química y biología. Se sabe que hay el doble de matemáticas que de química, y que el número de libros de biología excede en 10 a la suma de los de matemáticas y química. ¿Cuántos libros hay de cada clase?

Ejercicio 6

Los expertos en baloncesto quieren hacer estudios comparativos sobre las estaturas de los jugadores de 1ª división. Las estaturas de los jugadores de dos equipos (A, y B) son:

Equipo A	180	186	193	196	202	206	210	184	199	203	207	189	188	183
Equipo B	186	192	198	204	208	188	193	199	209	194	199	194	181	205

Compara, a partir de estos datos, la altura de los dos equipos, llevando a cabo las siguientes cuestiones, para cada equipo:

a) Agrupa estos datos en seis intervalos de igual amplitud.
b) Calcula la media, la moda y la mediana.

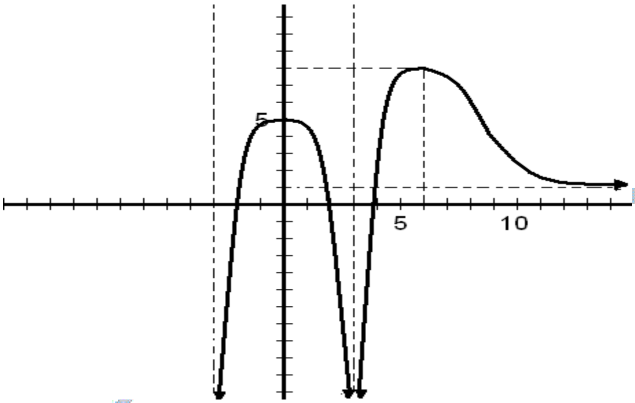
Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.

Apellidos_______________________________________Nombre______________

DNI / NIE __________________

Ejercicio 7

Dada la siguiente gráfica de f(x):



a) Calcula el Dominio y la Imagen.
b) Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Indica las coordenadas de los Máximos y mínimos absolutos.
d) Expresa la continuidad de la función.

Ejercicio 8

Dados los puntos A(– 1, 1) y B(1, 5):

a) Calcula la ecuación de la recta que pasa por ambos puntos.
b) Determina la ecuación de una recta paralela a la anterior que pase por el punto C(1,– 1).
c) Determina si el punto D(2, 1) pertenece a alguna de las rectas anteriores.

Apellidos_________________________________Nombre____________

DNI / NIE _______________

SOLUCIONES

Ejercicio 1

Un grupo de alumnos ha comprado todos los ingredientes para hacer unas migas con un coste total de 60 €. En el momento de empezar a hacerlas, aparecen 4 alumnos más, y esto hace que cada uno de los anteriores pague 50 céntimos menos. Hallar el número de alumnos que participó en las migas y lo que pagó cada uno.

Solución.

Consideremos x como el número de alumnos que participó en la comida e y el coste pagado por cada uno al final del proceso. En ese caso podemos confeccionar la siguiente tabla aclaratoria:

	Al principio	Al entrar 4 más
Participantes	x – 4	x
Coste por persona	y + 0´5	y
Coste de la comida	60	60

La situación y condiciones descritas se pueden reducir al a siguiente ecuación:

$$\left.\begin{array}{r}(x-4)\cdot(y+0{\acute{}}5)=60\\ x\cdot y=60\end{array}\right\}$$

Resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{r}(x-4)\cdot(y+0{\acute{}}5)=60\\ x\cdot y=60\end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r}(x-4)\cdot(y+0{\acute{}}5)=60\\ y=60/x\end{array}\right\} \Leftrightarrow (x-4)\cdot\left(\frac{60}{x}+0{\acute{}}5\right)=60 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 60+0{\acute{}}5x-\frac{240}{x}-2=60 \Leftrightarrow 0{\acute{}}5x-\frac{240}{x}-2=0 \Leftrightarrow 0{\acute{}}5x^2-240-2x=0 \Leftrightarrow$$

$$0{\acute{}}5x^2-2x-240=0$$

Resolvemos mediante la fórmula de la ecuación polinómica de segundo grado:

$$x=\frac{2\pm\sqrt{4+480}}{1}=2\pm\sqrt{484}=2\pm 22=\begin{array}{l}x_1=24\\ x_2=-20\end{array}$$

Apellidos_______________________________________Nombre______________

DNI / NIE __________________

Por lo tanto, descartando la solución negativa, concluimos que hay 24 comensales después de haberse unido los 4.

Por otra parte, el coste por persona al final de la comida es de:

$$y = \frac{60}{x} = \frac{60}{24} = 2{\acute{}}5 \text{ €}$$

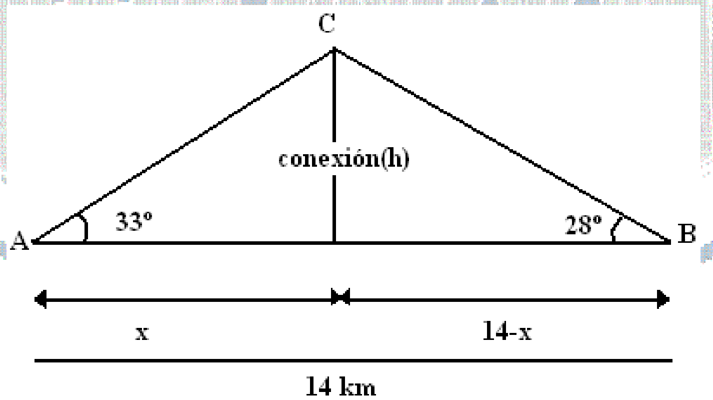
Solución final: En la comida finalmente participaron 24 alumnos a razón de 2´5 € cada uno, siendo al principio 20 alumnos a razón de 3 € cada uno.

Ejercicio 2

Dos poblaciones (A y B) distan entre sí 14 km. Queremos calcular la longitud mínima de zanja necesaria para llevar agua desde un punto (C) hasta el camino que une a ambas ciudades.

Contamos con los siguientes datos: el ángulo formado AB y AC mide 33º y el ángulo formado por CB y BA mide 28º.

a) ¿Cuál es la longitud? (Aproximar a las milésimas)
b) ¿Qué distancia separa cada ciudad del punto de conexión? (Aproximar a las milésimas)



Solución

Efectivamente, la situación descrita obedece al gráfico adjunto al problema en el que procedemos a llamar x a la distancia que separa a la población A del punto de conexión y entonces (14 – x) será la distancia entre el punto de conexión y la población B. Del mismo modo, consideraremos h la longitud mínima de zanja para llevar agua desde el punto C hasta el camino que une a ambas localidades.

Apellidos_________________________________Nombre____________

DNI / NIE ________________

Siendo la conexión perpendicular al camino que une a A y B entonces podemos utilizar trigonometría y plantear el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left.\begin{aligned} \tan 33^{o} &= \frac{h}{x} \\ \tan 28^{o} &= \frac{h}{14-x} \end{aligned}\right\}$$

Procedemos a su resolución:

$$\left.\begin{aligned} \tan 33^{o} &= \frac{h}{x} \\ \tan 28^{o} &= \frac{h}{14-x} \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{aligned} x\cdot\tan 33^{o} &= h \\ (14-x)\cdot\tan 28^{o} &= h \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow x\cdot\tan 33^{o} = (14-x)\cdot\tan 28^{o} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x\cdot\tan 33^{o} = 14\cdot\tan 28^{o} - x\cdot\tan 28^{o} \Leftrightarrow x\cdot\tan 33^{o} + x\cdot\tan 28^{o} = 14\cdot\tan 28^{o} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x\cdot(\tan 33^{o}+\tan 28^{o}) = 14\cdot\tan 28^{o} \Leftrightarrow x = \frac{14\cdot\tan 28^{o}}{\tan 33^{o}+\tan 28^{o}} \Leftrightarrow x = 6'0302\ km$$

Por lo tanto, la distancia entre la población A y la conexión de agua es de 6´302 km; la distancia entre la conexión y el pueblo B es de:

14 – x = 7´698 km

Y la mínima zanja que hay que construir para unir el punto C con el camino es de:

$$h = x\cdot\tan 33^{o} = \frac{14\cdot\tan 28^{o}\cdot\tan 33^{o}}{\tan 33^{o}+\tan 28^{o}} = 4'093\ km$$

<u>Solución al problema: La distancia entre la población A y la conexión de agua es de 6´302 km; la distancia entre la conexión y el pueblo B es de 7´698 km y la mínima zanja que hay que construir para unir el punto C con el camino es de 4´093 km.</u>

Apellidos____Nombre______________

DNI / NIE __________________

Ejercicio 3

Un jugador profesional utiliza un dado trucado. La probabilidad de cada una de las seis caras es:

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0´1	**0´1**	**0´1**	**a**	**b**	**0´4**

Sabiendo que P(4) = 2P(5), se pide:

a) Calcular el valor de a y b.
b) ¿Qué cara debe pedir el jugador para ganar las partidas?

Solución.

a) Calcular el valor de a y b.

Se tiene que la suma de las probabilidades deben dar resultado 1. En ese caso:

$$0´1 + 0´1 + 0´1 + a + b + 0´4 = 1$$

Como P(4) = 2P(5) entonces a = 2b y en ese caso,

$$0´1 + 0´1 + 0´1 + 2b + b + 0´4 = 1$$

$$2b = 1 – 0´7 = 0´3$$

$$b = 0´3 / 2 = 0´15$$

Luego la probabilidad de la cara 5 es P(5) = b= 0´15 y la de la cara 4 es P(4) = 2P(5) = a = 0´3.

b) ¿Qué cara debe pedir el jugador para ganar las partidas?

Para ganar las partidas no hay una cara segura ya que ninguna cara tiene probabilidad 1. Se lo que se desea preguntar es, cuál es la cara con mayor probabilidad, sin duda alguna es la cara 6.

Apellidos______________________________________Nombre_____________

DNI / NIE _________________

Ejercicio 4

Un taller de lavado de coches ofrece dos modalidades de pago:

A: 12 € por hacerse socio y 6´5 por cada lavado.
B: 8 € por cada lavado sin hacerse socio.

1. **Escribe las funciones que expresan cada modalidad.**
2. **Representa dichas funciones.**
3. **Calcula el número de lavados que igualan las dos modalidades.**

Solución.

1. **Escribe las funciones que expresan cada modalidad.**

Si llamamos x al número de lavados e y al coste en euros que cuestan el total de lavados entonces la modalidad A tiene un coste total de

$$f(x) = 6{,}5\,x + 12$$

En el caso de la modalidad B tiene un coste total de:

$$g(x) = 8x$$

<u>Solución al problema: La modalidad A tiene por función coste total f(x) = 6´5x + 12 y la modalidad B tiene por función coste total g(x) = 8x.</u>

2. **Representa dichas funciones.**

Las dos funciones, sin restringir el dominio a N, son rectas, siendo la de la modalidad A una función afín y la de la modalidad B una función lineal.

Procedemos a calcular un par de puntos para ambas funciones para representarlas:

x	f(x) = 6´5x + 12
0	12
2	25

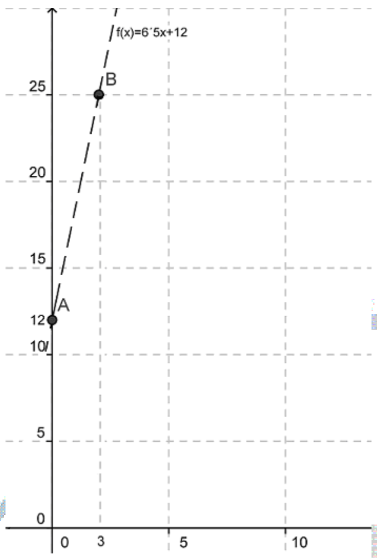
x	g(x) = 8x
0	0
2	16

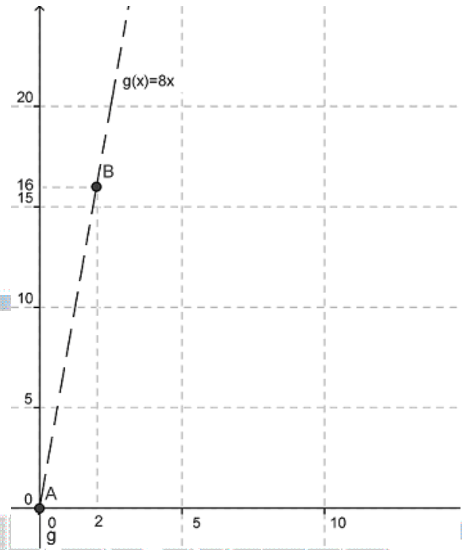
Consejería de Educación, Ciencia y Cultura

Apellidos____________________________________Nombre_____________

DNI / NIE _________________

Las representaciones son:





3. **Calcula el número de lavados que igualan las dos modalidades.**

Para ello, procedemos a igualar ambas funciones:

$$6'5x + 12 = 8x \iff 12 = 8x - 6'5x \iff 12 = 1'5x \iff \frac{12}{1'5} = x \iff x = 8$$

<u>Por lo tanto, cuando hayan efectuado 8 lavados, los costes en las dos modalidades serán iguales.</u>

<u>**Opción B (elegir 2 ejercicios)**</u>

Ejercicio 5

En un armario hay 100 libros, entre los de matemáticas, química y biología. Se sabe que hay el doble de matemáticas que de química, y que el número de libros de biología excede en 10 a la suma de los de matemáticas y química. ¿Cuántos libros hay de cada clase?

Solución

Llamemos x al número de libros de matemáticas; y al número de libros de química; y z al número total de libros de biología.

Apellidos_______________________________________Nombre______________

DNI / NIE __________________

El enunciado anterior puede expresarse mediante un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas del siguiente modo:

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=100 \\ x=2y \\ z=x+y+10 \end{array}\right\}$$

Procedemos a resolverlo aplicando el método de sustitución sobre la variable y,

$$\left.\begin{array}{r} x+y+z=100 \\ x=2y \\ z=x+y+10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} 2y+y+z=100 \\ x=2y \\ z=2y+y+10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} 3y+z=100 \\ x=2y \\ z=3y+10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} 3y+3y+10=100 \\ x=2y \\ z=3y+10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} 6y=90 \\ x=2y \\ z=3y+10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} y=15 \\ x=2y \\ z=3y+10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} y=15 \\ x=2\cdot 15 \\ z=3\cdot 15+10 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} y=15 \\ x=30 \\ z=55 \end{array}\right\}$$

Por lo tanto, concluimos que hay un total de 30 libros de matemáticas, 15 de química y 55 de biología.

Apellidos____Nombre______________

DNI / NIE __________________

Ejercicio 6

Los expertos en baloncesto quieren hacer estudios comparativos sobre las estaturas de los jugadores de 1ª división. Las estaturas de los jugadores de dos equipos (A, y B) son:

Equipo A	**180**	**186**	**193**	**196**	**202**	**206**	**210**	**184**	**199**	**203**	**207**	**189**	**188**	**183**
Equipo B	**186**	**192**	**198**	**204**	**208**	**188**	**193**	**199**	**209**	**194**	**199**	**194**	**181**	**205**

Compara, a partir de estos datos, la altura de los dos equipos, llevando a cabo las siguientes cuestiones, para cada equipo:

a) **Agrupa estos datos en seis intervalos de igual amplitud.**
b) **Calcula la media, la moda y la mediana.**

Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.

Solución.

a) Agrupa estos datos en seis intervalos de igual amplitud.

Observamos que el rango o recorrido de los equipos es:

Equipo A : 210 – 180 = 30
Equipo B: 209 – 181 = 28

Si lo que pretendemos es comparar ambos equipos, parece de sentido común preparar seis intervalos similares para cada equipo. Como el equipo A es el que tiene mayor recorrido, tomaremos 30 como amplitud total y dividiremos entre 6, lo que nos determina una amplitud de 5 cm.

De este modo las muestras quedarán determinadas en la nueva distribución muestral siguiente:

Intervalo/ Frecuencia absoluta	Equipo A	Equipo B
[180, 185)	3	1
[185, 190)	3	2
[190, 195)	1	4
[195, 200)	2	3
[200, 205)	2	1
[205, 210]	3	3
Totales	14	14

Apellidos_______________________________________Nombre______________

DNI / NIE __________________

b) Calcula la media, la moda y la mediana.

El ejercicio es ambiguo puesto que no se nos determina si debemos continuar con los intervalos del apartado a) o, por si al contrario, partimos de nuevo de las muestras del enunciado.

En esta situación nosotros decidimos continuar con los intervalos hallados en el apartado a), cosa que dejamos reflejada en el examen para que lo considere el/la evaluador/a.

Procedemos en los intervalos determinados a calculas los tres parámetros de centralización. Para ello utilizamos la marca de clase de cada intervalo que viene determinada en la siguiente tabla:

	x_j	$n_j\ x_j$	$n_j\ x_j$
Intervalo/ Frecuencia absoluta	**Marca de clase**	**Equipo A**	**Equipo B**
[180, 185)	182´5	3 x 182´5	1 x 182´5
[185, 190)	187´5	3 x 187´5	2 x 187´5
[190, 195)	192´5	1 x 192´5	4 x 192´5
[195, 200)	197´5	2 x 197´5	3 x 197´5
[200, 205)	202´5	2 x 202´5	1 x 202´5
[205, 210]	207´5	3 x 207´5	3 x 207´5
Totales	$\sum n_j \cdot x_j$	2725	2745

Por lo tanto, la media de cada equipo es:

$$\overline{X}_A = \frac{\sum n_j \cdot x_j}{n} = \frac{2725}{14} = 194´643\ cm$$

$$\overline{X}_B = \frac{\sum n_j \cdot x_j}{n} = \frac{2745}{14} = 196´071\ cm$$

Para hallar la mediana nos fijamos en la frecuencia acumulada de cada equipo:

	$n_j\ x_j$	$n_j\ x_j$
Intervalo/ Frecuencia absoluta	**Equipo A**	**Equipo B**
[180, 185)	3	1
[185, 190)	6	3
[190, 195)	7	7
[195, 200)	9	10
[200, 205)	11	13
[205, 210]	14	14

Puesto que la mediana es aquel valor o intervalo que deja la mitad de los datos por debajo y la otra mitad por encima, podemos decir que en ambas distribuciones muestrales el intervalo modal es el que esté en posiciones 7 y 8. <u>En este caso, los intervalos son [190, 195) y [195, 200) por lo que consideraremos que la mediana en ambos casos coincide y es 195.</u>

Para hallar la moda nos fijamos en aquel intervalo que tiene mayor frecuencia absoluta.

<u>Para el equipo A los intervalos modales son [180, 185), [185, 190) y [205, 210].</u>

<u>Para el caso del equipo B, el intervalo modal es [190, 195).</u>

Calcula la varianza, la desviación típica y el coeficiente de variación.

Si seguimos trabajando en intervalos como se nos dijo en el apartado a), entonces, utilizando la fórmula de la varianza muestral:

$$V(X) = M(X^2) - [M(X)]^2$$

donde:

$$M(X^2) = \overline{X} = \frac{\sum x_j \cdot n_j}{n} \quad , \quad M(X^2) = \frac{\sum x_j^2 \cdot n_j}{n}$$

Calculamos las varianzas a partir de la siguiente tabla:

	x_j	**n_j x_j**	**n_j x_j**	**n_j x_j^2**	**n_j x_j^2**
Intervalo	**Marca de clase**	**Equipo A**	**Equipo B**	**Equipo A**	**Equipo B**
[180, 185)	182´5	3 x 182´5	1 x 182´5	3 x 182´5^2	1 x 182´5^2
[185, 190)	187´5	3 x 187´5	2 x 187´5	3 x 187´5^2	2 x 187´5^2
[190, 195)	192´5	1 x 192´5	4 x 192´5	1 x 192´5^2	4 x 192´5^2
[195, 200)	197´5	2 x 197´5	3 x 197´5	2 x 197´5^2	3 x 197´5^2
[200, 205)	202´5	2 x 202´5	1 x 202´5	2 x 202´5^2	1 x 202´5^2
[205, 210]	207´5	3 x 207´5	3 x 207´5	3 x 207´5^2	3 x 207´5^2
Totales	$\sum n_j \cdot x_j$	2725	2745	531637´5	539037´5

Por lo tanto, la varianza de cada equipo es:

Equipo A : $V(X_A) = M(X_A{}^2) - [M(X_A)]^2 = \frac{531637{'}5}{14} - 194{'}643^2 = 88{'}265$

Apellidos____Nombre______________

DNI / NIE __________________

$$\text{Equipo B: } V(X_B) = M(X_B{}^2) - [M(X_B)]^2 = \frac{539037'5}{14} - 196'071^2 = 58'673$$

Las desviaciones son la raíz cuadrada de las varianzas. Por lo tanto, tendremos que

$$\text{Equipo A : } \sigma_A = \sqrt{V(X_A)} = \sqrt{88'265} = 9'395$$

$$\text{Equipo B: } \sigma_B = \sqrt{V(X_B)} = \sqrt{58'673} = 7'66$$

Para calcular el coeficiente de variación hacemos:

$$\text{Equipo A : } \frac{\sigma_A}{\overline{X}_A} = \frac{9'395}{194'643} = 0'048$$

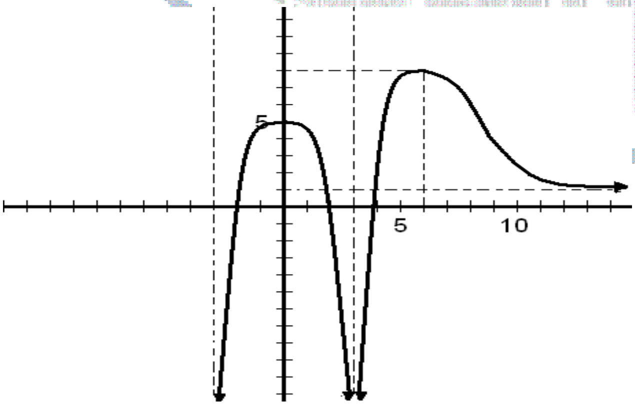
$$\text{Equipo B: } \frac{\sigma_B}{\overline{X}_B} = \frac{7'66}{196'071} = 0'039$$

Todos estos datos nos ayudan a corroborar que el equipo B tiene medidas centrales superiores a las del equipo A mientras que su dispersión es inferior.

<u>Esto nos hace concluir que el equipo B presenta mayor altura globalmente que el equipo A y además, presenta más concentración alrededor de la altura global.</u>

Ejercicio 7

Dada la siguiente gráfica de f(x):



a) Calcula el Dominio y la Imagen.
b) Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
c) Indica las coordenadas de los Máximos y mínimos absolutos.
d) Expresa la continuidad de la función.

Consejería de Educación, Ciencia y Cultura

Apellidos____Nombre______________

DNI / NIE __________________

Solución

a) Calcula el Dominio y la Imagen.

Simplemente interpretando la gráfica obtenemos las siguientes conclusiones:

$$\underline{Dom(f) = (-3, +3) \cup (+3, +\infty) \qquad \mathrm{Im}(f) = (-\infty, +8]}$$

b) Indica los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Simplemente interpretando la gráfica obtenemos las siguientes conclusiones:

$$\underline{Crecimiento \quad (-3, 0) \cup (+3, +6) \qquad Decrecimiento = (0, +3) \cup (+6, +\infty)}$$

c) Indica las coordenadas de los Máximos y mínimos absolutos.

<u>Existe un único Máximo absoluto de la función en x = +6 cuya ordenada es +8. El punto de Máximo absoluto es, por lo tanto, (+6, +8).</u>

<u>No existe punto alguno de mínimo absoluto</u> puesto que nos encontramos con dos asíntotas verticales a las que tiende la función hacia $-\infty$ a medida que nos acercamos a las abcisas x = – 3 ó x = +3.

d) Expresa la continuidad de la función.

La función es continua en todo su dominio, esto es, en $\underline{Dom(f) = (-3, +3) \cup (+3, +\infty)}$

Si consideramos todo R se puede decir que en x = + 3 la función presenta una discontinuidad de primera especie de salto infinito, ya que los límites laterales tienen ambos a $-\infty$ y la función no existe en dicha abcisa.

En el intervalo $(-\infty, -3]$ no existe función por lo que es absurdo hablar de continuidad.

Apellidos______________________________________Nombre_____________

DNI / NIE _________________

Ejercicio 8

Dados los puntos A(– 1, 1) y B(1, 5):

a) Calcula la ecuación de la recta que pasa por ambos puntos.
b) Determina la ecuación de una recta paralela a la anterior que pase por el punto C(1,– 1).
c) Determina si el punto D(2, 1) pertenece a alguna de las rectas anteriores.

Solución

a) Calcula la ecuación de la recta que pasa por ambos puntos.

La ecuación de una recta viene descrita mediante la expresión y = mx + n. Imponemos que dicha expresión sea verificada por ambos puntos generando un sistema:

x	**y = mx + n**
– 1	m(– 1) + n = + 1
+ 1	m(+1) + n = + 5

Entonces, resolvemos el sistema:

$$\left.\begin{array}{r} -m+n=1 \\ m+n=5 \end{array}\right\}$$

Simplemente sumando ambas ecuaciones (por el método de reducción) obtenemos el valor de n:

$$+\ \left.\begin{array}{r} -m+n=1 \\ m+n=5 \end{array}\right\}$$
$$+2n=6 \quad \Leftrightarrow \quad n=3$$

Calculamos m sustituyendo en una de las dos ecuaciones (en la primera) el valor de n:

$$- m + (+3) = 1$$

de donde m = + 2

Por lo tanto, <u>la ecuación de la recta que pasa por ambos puntos es y = 2x + 3.</u>

Apellidos____Nombre______________

DNI / NIE __________________

b) Determina la ecuación de una recta paralela a la anterior que pase por el punto C(1,– 1).

La ecuación de una recta que sea paralela a la anterior se caracterizará porque tiene la misma pendiente, esto es, debe ser de la forma y = 2x + n.

Para calcular el valor de n imponemos que verifique la ecuación el punto C(1, – 1):

$$-1 = 2(+1) + n$$

de donde obtenemos que n = – 3.

Por lo tanto, <u>la ecuación de la recta paralela a la del apartado a) y que pasa por el punto C(1, – 1) es y = 2x – 3.</u>

c) Determina si el punto D(2, 1) pertenece a alguna de las rectas anteriores.

Simplemente sustituyendo las coordenadas del punto D en la ecuación de cada recta comprobamos si pertenece o no a dichas rectas:

- Para la recta y = 2x + 3, la sustitución es

$$1 = 2(+2) + 3$$

es decir, 1 = 5, cosa que es absurda. Esto indica que <u>el punto D no pertenece a la recta y = 2x + 3 del apartado a).</u>

- Para la recta y = 2x – 3, la sustitución es

$$1 = 2(+2) - 3$$

es decir, 1 = 1, cosa que es correcta. Esto indica que <u>el punto D pertenece a la recta y = 2x – 3 del apartado b).</u>